

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΚΡΟΥΣΕΙΣ

## Θέμα Α: Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

**Οδηγία:** Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμά της.

- 5.1.** Μια μπάλα, κινούμενη κατά τη θετική φορά του άξονα  $y'y$ , πέφτει κατακόρυφα σε οριζόντιο έδαφος με ορμή  $10 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ . Η κρούση θεωρείται ελαστική και διαρκεί  $0,2 \text{ s}$ .
- A.** Η μεταβολή της ορμής της (στο SI) είναι  
**α.**  $-20$ .                      **β.**  $-10$ .                      **γ.**  $+20$ .                      **δ.**  $+10$ .
- B.** Ο μέσος ρυθμός μεταβολής της ορμής της (στο SI) είναι  
**α.**  $-200$ .                      **β.**  $-100$ .                      **γ.**  $+200$ .                      **δ.**  $+100$ .
- 5.2.** Η ορμή ενός συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή μόνον όταν οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα  
**α.** είναι συντηρητικές.  
**β.** είναι μη συντηρητικές.  
**γ.** έχουν συνισταμένη μεγαλύτερη του μηδενός.  
**δ.** έχουν μηδενική συνισταμένη.
- 5.3.** Στο μικρόκοσμο, κρούση (σκέδαση) μεταξύ δύο σωματίων συμβαίνει όταν τα σωματάρια,  
**α.** έρχονται σε επαφή.  
**β.** ανταλλάσσουν τις ορμές τους.  
**γ.** αλληλεπιδρούν για πολύ μικρό χρονικό διάστημα, αναπτύσσοντας πολύ ισχυρές απωστικές δυνάμεις.  
**δ.** ανταλλάσσουν τις ταχύτητές τους.
- 5.4.** Δύο σώματα συγκρούονται μετωπικά. Αν συμβολίσουμε με  $p_{\text{αρχ}}$  και  $p_{\text{τελ}}$  τα μέτρα των ολικών ορμών πριν και μετά την κρούση τους, αντίστοιχα, τότε το πηλίκο  $p_{\text{αρχ}}/p_{\text{τελ}}$  παίρνει  
**α.** τη μέγιστη τιμή του, όταν η κρούση είναι ελαστική.  
**β.** τη μέγιστη τιμή του, όταν η κρούση είναι ημιελαστική.  
**γ.** τη μέγιστη τιμή του, όταν η κρούση είναι πλαστική.  
**δ.** ίδια τιμή για όλα τα είδη των κρούσεων.
- 5.5.** Δύο σώματα συγκρούονται μετωπικά. Αν συμβολίσουμε με  $K_{\text{αρχ}}$  και  $K_{\text{τελ}}$  τις ολικές κινητικές ενέργειες πριν και μετά την κρούση τους, αντίστοιχα, τότε το πηλίκο  $K_{\text{τελ}}/K_{\text{αρχ}}$  παίρνει  
**α.** τη μέγιστη τιμή του, όταν η κρούση είναι ελαστική.  
**β.** τη μέγιστη τιμή του, όταν η κρούση είναι ημιελαστική.  
**γ.** τη μέγιστη τιμή του, όταν η κρούση είναι πλαστική.  
**δ.** ίδια τιμή για όλα τα είδη των κρούσεων.
- 5.6.** Ένα σώμα μάζας  $m$  κινείται με ταχύτητα  $u$  και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο σώμα της ίδιας μάζας. Αν η διάρκεια της κρούσης είναι  $\Delta t$ , τότε το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε πάνω στο δεύτερο σώμα είναι  
**α.**  $mu/\Delta t$ .                      **β.**  $2mu/\Delta t$ .                      **γ.**  $mu/2\Delta t$ .                      **δ.** μηδέν.
- 5.7.** Μία σφαίρα μάζας  $m$  που κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $u$ , συγκρούεται κάθετα και απολύτως ελαστικά σε κατακόρυφο τοίχο. Ο χρόνος επαφής σφαίρας – τοίχου είναι  $\Delta t$ .
- A.** Η μεταβολή του μέτρου της ορμής της σφαίρας είναι  
**α.**  $mu$ .                      **β.**  $2mu$ .                      **γ.** μηδέν.                      **δ.**  $mu/\Delta t$ .
- B.** Το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας είναι  
**α.**  $mu$ .                      **β.**  $2mu$ .                      **γ.** μηδέν.                      **δ.**  $mu/\Delta t$ .
- Γ.** Το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε από τη σφαίρα στον τοίχο είναι  
**α.**  $mu/\Delta t$ .                      **β.**  $2mu/\Delta t$ .                      **γ.**  $mu/2\Delta t$ .                      **δ.** μηδέν.
- 5.8.** Αν ένα κινούμενο σώμα συγκρουστεί μετωπικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο ίσης μάζας, τότε η ταχύτητά του  
**α.** θα διπλασιαστεί.                      **β.** θα διατηρηθεί σταθερή.  
**γ.** θα μηδενιστεί.                      **δ.** θα αναστραφεί.

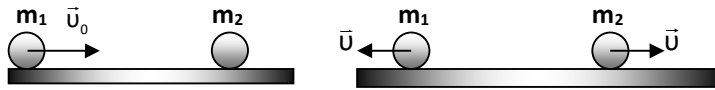


- 5.20. Αν ένα κινούμενο σώμα συγκρουστεί μετωπικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο μεγαλύτερης μάζας, τότε θα
- ελαττωθεί το μέτρο της ταχύτητάς του και η φορά της ταχύτητας θα διατηρηθεί.
  - ελαττωθεί το μέτρο της ταχύτητάς του και η φορά της ταχύτητας θα αναστραφεί.
  - αυξηθεί το μέτρο της ταχύτητάς του και η φορά της ταχύτητας θα διατηρηθεί.
  - αυξηθεί το μέτρο της ταχύτητάς του και η φορά της ταχύτητας θα αναστραφεί.
- 5.21. Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δύο σωμάτων η διαφορά των ταχυτήτων τους πριν την κρούση είναι
- μεγαλύτερη από τη διαφορά των ταχυτήτων τους μετά την κρούση.
  - μικρότερη από τη διαφορά των ταχυτήτων τους μετά την κρούση.
  - ίση με τη διαφορά των ταχυτήτων τους μετά την κρούση.
  - αντίθετη από τη διαφορά των ταχυτήτων τους μετά την κρούση.
- 5.22. Δύο σφαίρες κινούνται με ταχύτητες  $\bar{u}_1$  και  $\bar{u}_2$  και συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Αν μετά την κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται με ταχύτητες  $\bar{u}'_1$  και  $\bar{u}'_2$ , τότε ισχύει
- $u_1 + u'_1 > u_2 + u'_2$ .
  - $u_1 + u'_1 < u_2 + u'_2$ .
  - $u_1 + u'_1 = u_2 + u'_2$ .
  - $u_1 + u'_1 = -(u_2 + u'_2)$ .
- 5.23. Όταν μια ελαστική σφαίρα προσπίπτει πλάγια σε ένα λείο τοίχο
- γυρίζει πίσω με ίδια ταχύτητα.
  - δέχεται δύναμη από τον τοίχο, η οποία έχει διεύθυνση κάθετη στον τοίχο.
  - γυρίζει πίσω με ίδια ορμή.
  - γυρίζει πίσω στην ίδια διεύθυνση με την αρχική.
- 5.24. Ένα πρωτόνιο με μάζα  $m_p$  εκτοξεύεται προς ακίνητο πυρήνα Π με ταχύτητα μέτρου  $u$  και τελικά επανέρχεται στο σημείο βολής με ταχύτητα σχεδόν του ίδιου μέτρου  $u$ . Ο πυρήνας Π θα μπορούσε να είναι ένας πυρήνας
- υδρογόνου ( $M_H = m_p$ ).
  - ηλίου ( $M_{He} = 4m_p$ ).
  - σιδήρου ( $M_{Fe} = 56m_p$ ).
  - χρυσού ( $M_{Au} = 197m_p$ ).
- 5.25. Μια σφαίρα προσκρούει κάθετα στην επιφάνεια ενός δαπέδου. Αν η κρούση είναι ανελαστική, τότε
- η μηχανική ενέργεια της σφαίρας διατηρείται κατά την κρούση.
  - το μέτρο της ορμής της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση είναι το ίδιο με αυτό λίγο πριν την κρούση.
  - η ολική ενέργεια του συστήματος Γη – σφαίρα διατηρείται.
  - η κινητική ενέργεια του συστήματος Γη – σφαίρα διατηρείται.
- 5.26. Όταν δύο σώματα συγκρούονται πλάγια τότε
- οι ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση βρίσκονται σε διαφορετικές διευθύνσεις.
  - η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων μεταβάλλεται.
  - η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή.
  - μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα.
- 5.27. Στο διπλανό σχήμα η κρούση των  $m_1$ ,  $m_2$  είναι απολύτως ελαστική. Με δεδομένα και σταθερά τα  $m_1$  και  $u_1$
- η ταχύτητα του σώματος Β μετά την κρούση είναι μέγιστη (σε μέτρο) όταν
    - $m_1 = m_2$
    - $m_1 \gg m_2$
    - $m_1 \ll m_2$
    - τίποτα από όλα αυτά.
  - η ορμή του σώματος Β μετά την κρούση είναι μέγιστη κατά μέτρο όταν
    - $m_1 = m_2$
    - $m_1 \gg m_2$
    - $m_1 \ll m_2$
    - τίποτα από όλα αυτά.
  - η κινητική ενέργεια του σώματος Β μετά την κρούση είναι μέγιστη αν
    - $m_1 = m_2$
    - $m_1 \gg m_2$
    - $m_1 \ll m_2$
    - τίποτα από όλα αυτά.



- γ. το σώμα A μετά την κρούση αποκτά ταχύτητα  $-\bar{u}_1$ .
- δ. το σώμα A μετά την κρούση παραμένει ακίνητο.

**5.29.** Λεία σφαίρα μάζας  $m_1$  ενώ κινείται με ταχύτητα  $u_0$  (βλ. σχήμα) χωρίς να περιστρέφεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται κεντρικά και τελείως ελαστικά με άλλη επίσης λεία σφαίρα μάζας  $m_2$  που είναι ακίνητη. Παρατηρούμε ότι μετά την κρούση τα δύο σώματα κινούνται με την ίδια ταχύτητα, αλλά με αντίθετες φορές (όπως στο σχήμα). Ο λόγος των μαζών των δύο σφαιρών  $m_1/m_2$  είναι ίσος με:

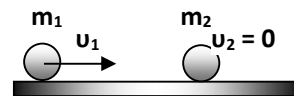


- α.  $\frac{3}{1}$
- β.  $\frac{2}{1}$
- γ.  $\frac{1}{3}$
- δ.  $\frac{1}{2}$

**Θέμα Α: Ερωτήσεις του τύπου Σωστό/Λάθος**

*Οδηγία:* Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα Σ αν τη κρίνετε σωστή ή το γράμμα Λ αν την κρίνετε λανθασμένη.

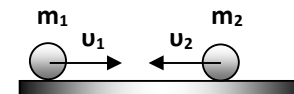
**5.30.** Η κρούση των δύο σωμάτων του διπλανού σχήματος είναι κεντρική και ελαστική. Επομένως



- α. η ορμή του συστήματος αμέσως μετά την κρούση έχει μέτρο  $m_1 u_1$  και φορά προς τα δεξιά.
- β. η κινητική ενέργεια του συστήματος αμέσως μετά την κρούση είναι  $\frac{1}{2} m_1 u_1^2$ .
- γ. αν  $m_1 < m_2$  οι ταχύτητες μετά την κρούση έχουν αντίθετες φορές.
- δ. αν  $m_1 = m_2$  η σφαίρα  $m_1$  μετά την κρούση έχει αντίθετη ταχύτητα απ' την αρχική.

**5.31.** Η κρούση των δύο σωμάτων του σχήματος είναι κεντρική και ελαστική. Σημειώστε τις σωστές σχέσεις:

- α.  $K_{ολ,αρχ} = K_{ολ,τελ}$
- β.  $K_{ολ,αρχ} > K_{ολ,τελ}$
- γ.  $\bar{p}_{αρχ} = \bar{p}_{τελ}$
- δ.  $\Delta \bar{p}_{m1} = -\Delta \bar{p}_{m2}$
- ε.  $\Delta K_{m1} = -\Delta K_{m2}$



**5.32. α.** Στις μετωπικές κρούσεις δύο σωμάτων οι ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση έχουν την ίδια διεύθυνση.

- β. Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή.
- γ. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η ενέργεια του συστήματος μεταβάλλεται.
- δ. Αν η μετωπική κρούση δύο σφαιρών με ίσες μάζες είναι ελαστική, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.


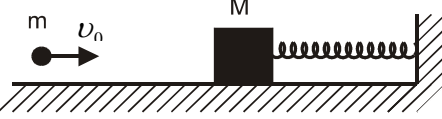
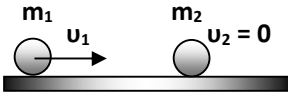
**5.33.** Σε όλες τις κρούσεις

- α. αναπτύσσονται εσωτερικές δυνάμεις κατά πολύ ισχυρότερες από τις τυχόν υπάρχουσες εξωτερικές δυνάμεις.
- β. η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος είναι ίση με μηδέν.
- γ. η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του συστήματος είναι ίση με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος.
- δ. η συνολική ορμή του συστήματος πριν την κρούση είναι ίση με τη συνολική ορμή μετά την κρούση.

**5.34.** Για τη μετωπική και ελαστική κρούση των δύο σφαιρών του σχήματος, ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές;

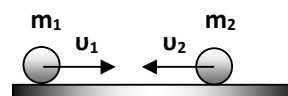


- α.  $\bar{p}_{ολ}^{(πριν)} = \bar{p}_{ολ}^{(μετά)}$
- β.  $K_{ολ}^{(πριν)} = K_{ολ}^{(μετά)}$
- γ.  $\Delta \bar{p}_A + \Delta \bar{p}_B = \bar{0}$
- δ.  $\Delta \bar{p}_A = \Delta \bar{p}_B$
- ε.  $\Delta K_A = -\Delta K_B$
- στ.  $\Delta K_{ολ} = 0$
- ζ.  $\Delta K_A = \Delta K_B$
- η.  $K_A - K_B = K'_B - K'_A$

- 5.35.** Δύο σώματα με κινητικές ενέργειες  $K_1$  και  $K_2$  συγκρούονται ελαστικά και αποκτούν κινητικές ενέργειες  $K'_1$  και  $K'_2$ . Για τις κινητικές ενέργειες πριν και μετά την κρούση ισχύει  
 α.  $|K'_1 - K_1| = |K'_2 - K_2|$ . β.  $K'_1 + K'_2 = K_1 + K_2$ . γ.  $|K'_1 - K_1| > |K'_2 - K_2|$ . δ.  $|K'_1 - K_1| < |K'_2 - K_2|$ .
- 5.36.** Δύο σφαίρες που κινούνται με ταχύτητες αλγεβρικών τιμών  $u_1$  και  $u_2$ , συγκρούονται ελαστικά και κεντρικά. Αν οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών μετά την κρούση είναι  $u'_1$  και  $u'_2$  αντίστοιχα, ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;  
 α. Η διαφορά  $u'_1 - u_1$  μπορεί να είναι και μηδέν.  
 β. Η διαφορά  $u'_1 - u_1$  αποκλείεται να είναι μηδέν, γιατί κάθε σφαίρα δέχεται δύναμη από την άλλη κατά την κρούση, με αποτέλεσμα να έχουμε μεταβολή της ορμής της.  
 γ. Οι διαφορές  $u'_1 - u_1$  και  $u'_2 - u_2$  είναι ίσες.  
 δ. Όταν  $m_1 = m_2$ , τότε οι διαφορές  $u'_1 - u_1$  και  $u'_2 - u_2$  είναι αντίθετες.
- 
- 5.37.** α. Ελαστική ονομάζουμε κάθε κρούση στην οποία ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.  
 β. Ελαστική ονομάζουμε την κρούση στην οποία η ολική κινητική ενέργεια ενός μονωμένου συστήματος πριν την κρούση είναι ίση με την αντίστοιχη μετά την κρούση.  
 γ. Ανελαστική ονομάζουμε την κρούση στην οποία παρατηρείται μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος.  
 δ. Ανελαστική ονομάζουμε την κρούση στην οποία έχουμε μείωση της ορμής του συστήματος.
- 5.38.** Βλήμα μάζας  $m$  κινείται με ταχύτητα  $\vec{u}_0$ . Το βλήμα σφηνώνεται στο ξύλο μάζας  $M = 9m$ . Στη συνέχεια το συσσωμάτωμα συμπιέζει το ελατήριο κατά  $\Delta\ell$ . Τριβές δεν υπάρχουν.  
 α. Η κινητική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση είναι τα  $9/10$  της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος.  
 β. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι το  $1/10$  της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος.  
 γ. Σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου έχουμε διατήρηση της ορμής του συστήματος.  
 δ. Η κινητική ενέργεια του βλήματος πριν την κρούση είναι ίση με τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.
- 
- 5.39.** Μια μάζα  $m_1 = 3m$  κινείται με ταχύτητα μέτρου  $u_1 = u_0$  και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με αρχικά ακίνητη μάζα  $m_2 = m$ .  
 α. Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση έχει μέτρο  $u = \frac{3u_0}{4}$ .  
 β. Η μεταβολή της ορμής της μάζας  $m_1$  έχει αλγεβρική τιμή  $\Delta p_1 = -\frac{3mu_0}{4}$ .  
 γ. Οι μεταβολές των ορμών των δύο μαζών είναι ίσες, δηλαδή  $\Delta \vec{p}_1 = \Delta \vec{p}_2$ .  
 δ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
- 
- 5.40.** Ένα σώμα μάζας  $m$  που έχει ταχύτητα  $u$  συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα διπλάσιας μάζας.  
 α. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση έχει ορμή μέτρου  $m \cdot u$ .  
 β. Η ορμή του αρχικά κινούμενου σώματος ελαττώνεται κατά  $\frac{mu}{2}$ .  
 γ. Η ορμή του αρχικά ακίνητου σώματος αυξάνει κατά  $\frac{2mu}{3}$ .  
 δ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση είναι  $\frac{1}{2}mu^2$ .
- 5.41.** Δύο σώματα, που κινούνται στην ίδια ευθεία, έχουν αντίθετες ορμές. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά.  
 α. Μετά την κρούση σχηματίζεται ένα σώμα.  
 β. Πριν την κρούση η ολική ορμή ήταν ίση με μηδέν.  
 γ. Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση ήταν ίση με μηδέν.

δ. Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση είναι ίση με μηδέν.

5.42. Δύο μάζες  $m_1 = 2m$  και  $m_2 = m$  κινούνται με ταχύτητες μέτρου  $u_1 = 2u_0$  και  $u_2 = u_0$  αντίστοιχα και με αντίθετες κατευθύνσεις. Η κρούση είναι πλαστική.



α. Η μεταβολή της ορμής του συστήματος είναι μηδέν.

β. Για τις μεταβολές των ορμών των δύο μαζών κατά την κρούση ισχύει  $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$ .

γ. Για τις μεταβολές των ορμών των δύο μαζών κατά την κρούση ισχύει  $\Delta\vec{p}_1 = \Delta\vec{p}_2$ .

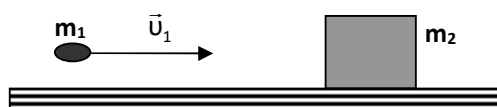
δ. Η μεταβολή της ορμής της μάζας  $m_1$  κατά την κρούση έχει αλγεβρική τιμή  $\Delta p_1 = -2mu_0$ .

ε. Δεν έχουμε μεταβολή τις ορμής της μάζας  $m_2$ , γιατί το μέτρο της ταχύτητάς της είναι πάλι  $u_0$ .

5.43. Δύο σφαίρες ίδιας μάζας  $m$  κινούνται με ταχύτητες  $\vec{u}_1$  και  $\vec{u}_2$  σε κάθετες διευθύνσεις πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Οι σφαίρες συγκρούονται πλαστικά. Αν  $\vec{u}$  η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ισχύει

α.  $2\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$ .      β.  $2u = u_1 + u_2$ .      γ.  $\frac{1}{2}(2m)u^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2$ .      δ.  $2u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

5.44. Ένα κομμάτι πλαστελίνης, με μάζα  $m_1 = 2$  kg, πριν ακριβώς κολλήσει σε ένα αρχικά ακίνητο σώμα μάζας  $m_2 = 3$  kg έχει οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 5$  m/s. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται με ταχύτητα  $\vec{u}$ , όπου:



α.  $u = 2$  m/s      β.  $\vec{u} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{u}_1$       γ.  $\vec{u} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\vec{u}_1$       δ.  $u = 0$

5.45. Η ολική ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων αλλάζει όταν αλλάζουν οι ταχύτητες των σωμάτων.

5.46. Σ' ένα μονωμένο σύστημα σωμάτων, που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, η ορμή κάθε σώματος παραμένει σταθερή.

5.47. Η αρχή της διατήρησης της ορμής ισχύει μόνον όταν δύο ή περισσότερα σώματα που αποτελούν μονωμένο σύστημα συγκρούονται μεταξύ τους.

5.48. Η αρχή της διατήρησης της ορμής ισχύει ανεξάρτητα από το αν οι δυνάμεις μεταξύ των σωμάτων που αποτελούν το μονωμένο σύστημα είναι συντηρητικές ή όχι.

5.49. Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δύο σωμάτων η διαφορά των ταχυτήτων τους πριν την κρούση είναι αντίθετη της διαφοράς των ταχυτήτων μετά την κρούση.

5.50. Κατά την κρούση δύο σωμάτων η μεταβολή της ορμής του ενός σώματος είναι αντίθετη της μεταβολής της ορμής του άλλου σώματος.

5.51. Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του ενός σώματος είναι αντίθετη της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του άλλου σώματος.

5.52. Κατά τη διάσπαση ραδιενεργών πυρήνων δεν ισχύει η αρχή της διατήρησης της ορμής.

5.53. Στις μετωπικές κρούσεις οι ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση έχουν την ίδια διεύθυνση.

5.54. Στην ανελαστική κρούση η ολική κινητική ενέργεια των σωμάτων πριν την κρούση είναι μεγαλύτερη από την ολική κινητική τους ενέργεια μετά την κρούση.

5.55. Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δύο σωμάτων ίσων μαζών παρατηρείται ανταλλαγή ορμών μεταξύ των σωμάτων.

5.56. Ένα βλήμα κινούμενο με ταχύτητα  $u$  συναντά ένα κομμάτι ξύλου το οποίο διαπερνά και βγαίνει από την άλλη πλευρά.

α. Το παραπάνω φαινόμενο είναι μια πλαστική κρούση.

β. Η ορμή του βλήματος διατηρήθηκε σταθερή.

γ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος βλήμα – ξύλο διατηρήθηκε σταθερή.

δ. Η ορμή του ξύλου αυξήθηκε.

ε. Επειδή μεταξύ ξύλου και βλήματος αναπτύχθηκαν εσωτερικές δυνάμεις, η μηχανική ενέργεια του συστήματος παρέμεινε σταθερή.

**Θέμα Α: Ερωτήσεις αντιστοίχισης**

*Οδηγία:* Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και τα κατάλληλα ζεύγη γραμμάτων - αριθμών.

5.57. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με τα στοιχεία της στήλης Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. Τα σώματα μετά την κρούση σχηματίζουν συσσωμάτωμα.	1. Ελαστική κρούση
β. Η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται και τα σώματα κινούνται με διαφορετικές ταχύτητες.	2. Έκκεντρη κρούση.
γ. Οι διευθύνσεις των ταχυτήτων πριν την κρούση είναι παράλληλες.	3. Ανελαστική κρούση (Ημιελαστική).
δ. Οι διευθύνσεις των ταχυτήτων πριν και μετά την κρούση βρίσκονται πάνω στην ίδια διεύθυνση.	4. Πλαστική κρούση.
ε. Η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή.	5. Κεντρική κρούση

5.58. Μια σφαίρα  $\Sigma_1$  κινούμενη με ταχύτητα  $u_1$  συγκρούεται ελαστικά με ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$ . Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με τα στοιχεία της στήλης Β ώστε να συμπληρώνεται σωστά η πρόταση. (Ενα στοιχείο της στήλης Β περισεύει και ένα στοιχείο της θα χρησιμοποιηθεί δύο φορές.)

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. Η ορμή της σφαίρας $\Sigma_2$	1. αυξήθηκε.
β. Η κινητική ενέργεια της σφαίρας $\Sigma_1$	2. παρέμεινε σταθερή/ό.
γ. Η ορμή της σφαίρας $\Sigma_1$	3. ελαττώθηκε.
δ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος	4. είναι ίδιο
ε. Το μέτρο των δυνάμεων επαφής μεταξύ των δύο σφαιρών	5. είναι διαφορετικό.

5.59. Ένα βλήμα κινούμενο με ταχύτητα  $u$  σφηνώνεται σε ένα ακίνητο και ελεύθερο να κινηθεί κομμάτι ξύλου. Να αντιστοιχίσετε σε κάθε γράμμα της στήλης Α έναν αριθμό της στήλης Β ώστε να συμπληρώνεται σωστά η πρόταση. (Σε έναν αριθμό της στήλης Β είναι δυνατό να αντιστοιχούν περισσότερα από ένα γράμματα της Στήλης Α).

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. Η ορμή του βλήματος	1. διατηρήθηκε σταθερή.
β. Η κινητική ενέργεια του βλήματος	2. Ελαττώθηκε.
γ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος	3. Αυξήθηκε.
δ. Η κινητική ενέργεια του ξύλου	
ε. Η ορμή του συστήματος	

**Θέμα Α: Ερωτήσεις συμπλήρωσης**

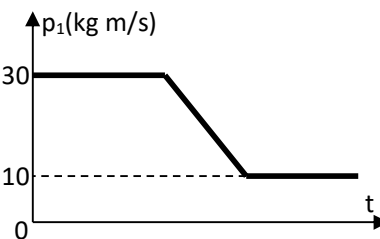
*Οδηγία:* Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης, το γράμμα που βρίσκεται σε παρένθεση στην αρχή κάθε διάστικτου και ό,τι λείπει.

- 5.60. Μια κρούση λέγεται ελαστική, όταν (α)..... του συστήματος διατηρείται σταθερή. Στην πλαστική κρούση διατηρείται σταθερή μόνο (β) ..... του συστήματος.
- 5.61. Η μηχανική ενέργεια ενός συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή μόνον όταν οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα του συστήματος είναι (α)..... ενώ η ορμή του διατηρείται σταθερή ακόμη και στην περίπτωση (β) ..... δυνάμεων.
- 5.62. Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δύο σωμάτων, ίδιας μάζας, γίνεται ..... ταχυτήτων.
- 5.63. Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων, η διαφορά των ταχυτήτων τους πριν την κρούση είναι ..... της διαφοράς των ταχυτήτων τους μετά την κρούση.
- 5.64. Κατά την πλαστική κρούση τα σώματα μετά την κρούση παραμένουν .....
- 5.65. Όταν ένα σώμα συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο σώμα ..... μάζας, η ταχύτητά του περίπου αναστρέφεται.

**Θέμα Β: Ερωτήσεις ανοικτού τύπου**

**5.66.** Δύο σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Σε ποια περίπτωση «χάνεται» εξ ολοκλήρου η κινητική ενέργεια που είχαν τα σώματα λίγο πριν την κρούση;

**5.67.** Για ένα σώμα μάζας 1 kg η γραφική παράσταση της ορμής του σε συνάρτηση με το χρόνο  $p_1 = f(t)$ , φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Αν η κρούση του με αρχικά ακίνητο σώμα είναι κεντρική και πλαστική, η μάζα του δεύτερου σώματος σε kg, είναι  
**α.** 0,5.    **β.** 1.    **γ.** 2.    **δ.** 5.    **ε.** 10.  
 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.  
 Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και να σχεδιάσετε σ' αυτό την ορμή  $p_2 = f(t)$  του δεύτερου σώματος.



**5.68.** Ποιες είναι οι διαφορές μεταξύ ελαστικής και πλαστικής κρούσης;

**5.69.** Η ορμή ενός σώματος μεταβάλλεται από 7 kg·m/s σε 10 kg·m/s, σε χρόνο 2 s. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του (στο SI) είναι:

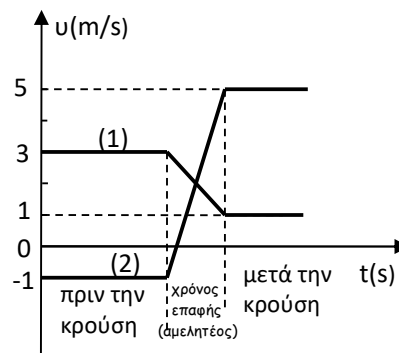
- α.** 1,5    **β.** 3    **γ.** 0,6    **δ.** 2  
 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

**5.70.** Ένα βλήμα εκτοξεύεται από ακίνητο όπλο με ορμή μέτρου 100 kg·m/s. Εξ αιτίας της ανάκρουσης η ορμή του όπλου, αμέσως μετά την εκपुरσοκρότηση, θα έχει μέτρο

- α.** 100 kg·m/s    **β.** μεγαλύτερο από 100 kg·m/s    **γ.** μικρότερο από 100 kg·m/s  
 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

**5.71.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας για δύο σώματα (1) και (2), σε συνάρτηση με το χρόνο, που συγκρούονται μετωπικά, πριν και μετά την κρούση τους.

- α.** Τα δύο σώματα πριν την κρούση κινούνται στην ίδια κατεύθυνση.  
**β.** Τα δύο σώματα μετά την κρούση κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις.  
**γ.** Η κρούση των δύο σωμάτων είναι ελαστική.  
 Με ποιο ή ποια από τα παραπάνω συμφωνείτε;  
 Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



**5.72.** Πάνω σε ακίνητο σώμα A που έχει μάζα  $m_1$  προσπίπτει σώμα B, που έχει μάζα  $m_2 = 4 \cdot m_1$ , με ταχύτητα + u. Η κρούση των δύο σωμάτων είναι κεντρική και ελαστική. Το σώμα B μετά την κρούση

- α.** έχει ταχύτητα  $+\frac{8}{5}u$ .  
**β.** ελάττωσε την κινητική του ενέργεια κατά τα 16/25 της αρχικής της τιμής.  
 Με ποιο ή ποια από τα παραπάνω συμφωνείτε ή διαφωνείτε; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**5.73.** Δύο τελείως ελαστικές σφαίρες με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  κινούνται στην ίδια ευθεία με αντίθετες ταχύτητες. Μετά την κεντρική τους κρούση η σφαίρα μάζας  $m_1$  ακινητοποιείται. Για το λόγο των μαζών τους ισχύει

- α.**  $\frac{m_1}{m_2} = 1$ .    **β.**  $\frac{m_1}{m_2} = 2$ .    **γ.**  $\frac{m_1}{m_2} = 3$ .  
 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

**5.74.** Ένα σώμα μάζας  $m_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ . Μετά την κρούση το σώμα μάζας  $m_1$  έχει κινητική ενέργεια ίση με το 1/9 της αρχικής της τιμής. Για το λόγο  $\lambda = \frac{m_2}{m_1}$  των μαζών τους ισχύει

- α.**  $\lambda = 2$  ή  $\lambda = \frac{1}{2}$ .    **β.**  $\lambda = 3$  ή  $\lambda = \frac{1}{3}$ .    **γ.**  $\lambda = 9$  ή  $\lambda = \frac{1}{9}$ .    **δ.**  $\lambda = 1$ .  
 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

**5.75.** Όταν ένα σώμα μάζας m συγκρουστεί κεντρικά και πλαστικά με άλλο ακίνητο σώμα, μεγαλύτερης μάζας M, τότε το 90% της κινητικής του ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική. Αν προσπέσει το σώμα μάζας M στο ακίνητο σώμα μάζας m, τότε από την κινητική ενέργεια του M, θα μετατραπεί σε θερμική το

- α.** 10%.    **β.** 45%.    **γ.** 90%.  
 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.



- 5.76.** Μικρό σώμα μάζας  $m$  κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}_1$  και συγκρούεται μετωπικά με ακίνητο σώμα μάζας  $4m$ . Εξ αιτίας της κρούσης τα δύο σώματα ανταλλάσσουν τις ορμές τους. Η κρούση είναι  
**α.** ελαστική.      **β.** ανελαστική.      **γ.** πλαστική.  
 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

- 5.77.** Ένα σώμα μάζας  $m_1$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο έχοντας ταχύτητα  $\vec{v}_1$ , ορμή  $\vec{p}_1$  και κινητική ενέργεια  $K_1$ . Το σώμα αυτό συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ . Η μεταβολή της ορμής του σώματος  $m_1$  εξαιτίας της κρούσης ισούται με  $-1,6 \cdot \vec{p}_1$ .

- α.** Η μεταβολή της ορμής του σώματος  $m_2$  ισούται με  
 i.  $+1,6 \cdot \vec{p}_1$ .      ii.  $+2,4 \cdot \vec{p}_1$ .      iii.  $+0,8 \cdot \vec{p}_1$ .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

- β.** Η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση ισούται με

- i.  $\frac{64}{25} K_1$ .      ii.  $\frac{16}{25} K_1$ .      iii.  $\frac{4}{25} K_1$ .

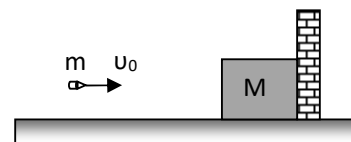
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

- 5.78.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα βλήμα μάζας  $m$  το οποίο κινείται οριζόντια και σφηνώνεται σε ακίνητο σώμα μάζας  $M = 3m$ , το οποίο ακουμπά σε τοίχο. Η ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να έχει το βλήμα για να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα είναι  $K$ . Αν δεν υπάρχει ο τοίχος και το σώμα μάζας  $M$  είναι ελεύθερο να κινηθεί στο λείο οριζόντιο επίπεδο, τότε η ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να έχει το βλήμα ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα είναι

- α.**  $\frac{4K}{3}$ .      **β.**  $\frac{2K}{5}$ .      **γ.**  $3K$ .

(Υποθέτουμε ότι η απώλεια ενέργειας είναι ίδια και στις 2 περιπτώσεις.)

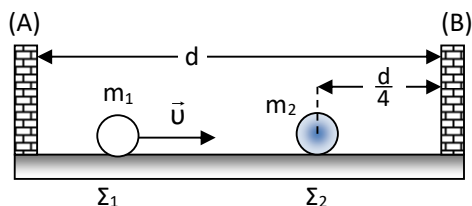
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.



- 5.79.** Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο ελαστικές σφαίρες  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1$  και  $m_2$ , αντίστοιχα, που μπορούν να κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αρχικά οι δύο σφαίρες είναι ακίνητες, με τη σφαίρα  $\Sigma_2$  να απέχει απόσταση  $d/4$  από τον τοίχο (B), όπου  $d$  είναι η απόσταση μεταξύ των δύο κατακόρυφων λείων τοίχων (A) και (B). Κάποια στιγμή εκτοξεύουμε τη σφαίρα  $\Sigma_1$  προς τη σφαίρα  $\Sigma_2$  με ταχύτητα  $\vec{v}$ , έτσι ώστε να μην περιστρέφεται. Οι δύο σφαίρες συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά και στη συνέχεια ξανασυναντώνται στο μέσο της απόστασης των δύο τοίχων αφού έχουν συγκρουστεί ελαστικά από μία φορά με αυτούς. Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας  $\vec{v}'_1$ , της σφαίρας  $\Sigma_1$  αμέσως μετά την κρούση της με τη  $\Sigma_2$ , και η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας  $\vec{v}$  συνδέονται με τη σχέση

- α.**  $v = -1,6v'_1$       **β.**  $v = -2,4v'_1$ .      **γ.**  $v = -3,2v'_1$ .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.



- 5.80.** Δύο όμοιες μπάλες, η μια σκληρή και η άλλη μαλακή, κινούνται οριζόντια με την ίδια ταχύτητα και συγκρούονται ελαστικά με κατακόρυφο τοίχο. Να παραστήσετε ποιοτικά, σε κοινούς άξονες δύναμης - χρόνου, τη δύναμη που ασκεί ο τοίχος σε κάθε μπάλα.

- 5.81.** Μπορεί ένα σύστημα σωμάτων να έχει κινητική ενέργεια χωρίς να έχει ορμή; Μπορεί να έχει ορμή χωρίς να έχει κινητική ενέργεια; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- 5.82.** Ένα ελαφρύ και ένα βαρύ αυτοκίνητο κινούνται έχοντας την ίδια ορμή. Για ποιο από τα δυο θα ξοδέψουμε περισσότερη ενέργεια για να το σταματήσουμε;

- 5.83.** Δύο σφαίρες με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  κινούνται με ταχύτητες  $\vec{v}_1$  και  $\vec{v}_2$  και συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Κατά τη διάρκεια της κρούσης οι σφαίρες παραμορφώνονται παροδικά και στη συνέχεια αποκτούν το αρχικό τους σχήμα. Τη στιγμή της μέγιστης παραμόρφωσης των δύο σφαιρών

- α.** ποια είναι τα μέτρα των ταχυτήτων τους;

- β.** ποια είναι η δυναμική ενέργεια εξαιτίας της παραμόρφωσής τους;

- 5.84.** Δύο σώματα με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  που κινούνται με ταχύτητες  $v_1$  και  $v_2$  συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Να αποδείξετε ότι αν  $m_1 < m_2$ , τότε μετά την κρούση ισχύει ότι:  $v'_1 = -v_1 + 2v_2$  και  $v'_2 = v_2$ .

- 5.85.** Δύο σώματα με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  που κινούνται με ταχύτητες  $v_1$  και  $v_2$  συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Να αποδείξετε ότι αν  $m_1 \gg m_2$ , τότε μετά την κρούση ισχύει ότι:  $v'_1 = v_1$  και  $v'_2 = -v_2 + 2v_1$ .

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

**5.86.** Ένα αγωνιστικό αυτοκίνητο, μάζας 600 kg, κινείται με ταχύτητα 144 km/h σε μια κυκλική πίστα αγώνων ακτίνας 1000 m. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του.

[Απ. 960 N]

**5.87.** Σφαίρα μάζας  $m_1 = 8$  kg κινείται με ταχύτητα  $\vec{u}_1$  και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2 = 2$  kg. Αν η σφαίρα μάζας  $m_2$  μετά την κρούση έχει κινητική ενέργεια  $K_{m_2}^{(μετά)} = 256$  J, πόση είναι η κινητική ενέργεια της σφαίρας μάζας  $m_1$ , μετά την κρούση;

[Απ. 144 J]

**5.88.** Σε αρχικά ακίνητη μάζα  $m_1 = 6$  kg χτυπά μετωπικά και ελαστικά μάζα  $m_2 = 1$  kg. Αν η μεταβολή της κινητικής ενέργειας της μάζας  $m_2$  είναι  $\Delta K_{m_2} = -48$  J, πόση θα είναι η μεταβολή της ορμής της;

[Απ. - 24 kg·m/s]

**5.89.** Σφαίρα A μάζας  $m$  κινείται ευθύγραμμα και ομαλά χωρίς να περιστρέφεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $u_0$  και συγκρούεται μετωπικά με ακίνητη σφαίρα B μάζας  $M$ . Μετά την κρούση η σφαίρα A κινείται αντίθετα με ταχύτητα μέτρου  $u_0/4$ .

**α.** Ποια είναι η μεταβολή της ορμής της σφαίρας B;

**β.** Για ποια τιμή του λόγου  $\lambda = M/m$  η κρούση είναι ελαστική; [Απ. α.  $5/4mu_0$  β.  $5/3$ ]

**5.90.** Δύο σφαίρες A και B ίσου όγκου με μάζες  $m_1 = 8$  kg και  $m_2 = 2$  kg αντίστοιχα, κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά, χωρίς να περιστρέφονται, πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα κέντρα μάζας των σφαιρών βρίσκονται πάνω στον άξονα  $x'x$ , οι ταχύτητές τους έχουν τη θετική κατεύθυνση του άξονα και μέτρα  $u_1 = 10$  m/s και  $u_2$ .

**α.** Πόσο πρέπει να είναι το μέτρο της ταχύτητας  $u_2$  ώστε μετά από τη μετωπική κρούση, οι σφαίρες A και B να κινούνται προς τη θετική κατεύθυνση με ταχύτητες μέτρων 8 m/s και 13 m/s αντίστοιχα;

**β.** Πόση είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης των σφαιρών;

**γ.** Πόση είναι η δυναμική ενέργεια λόγω παραμόρφωσης των σφαιρών τη στιγμή κατά την οποία η σφαίρα A έχει ταχύτητα μέτρου 9,5 m/s;

**δ.** Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική ή όχι.

[Απ. α. 5 m/s β. 20 J γ. 15 J δ. ελαστική]

**5.91.** Σφαίρα μάζας  $m_1 = 1$  kg κινείται οριζόντια και συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με σφαίρα μάζας  $m_2 = 1$  kg που κρέμεται από το ελεύθερο άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος μήκους  $\ell = 8$  m. Αν η σφαίρα μάζας  $m_1$  πριν την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 8$  m/s, να υπολογίσετε

**α.** την τάση του νήματος ακριβώς μετά την κρούση,

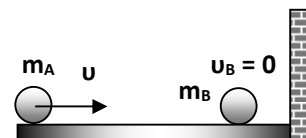
**β.** το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα μάζας  $m_2$ .

Δίνεται:  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

[Απ. 18 N, 3,2 m]

**5.92.** Στο διπλανό σχήμα η σφαίρα A συγκρούεται απολύτως ελαστικά με τη σφαίρα B και στη συνέχεια η B συγκρούεται απολύτως ελαστικά με τον

τοίχο. Για ποια τιμή του λόγου  $\lambda = \frac{m_A}{m_B}$



**α.** η απόσταση μεταξύ των σφαιρών A, B μετά την κρούση της B με τον τοίχο θα παραμείνει σταθερή;

**β.** θα έχουμε και δεύτερη κρούση μεταξύ των A, B αν  $m_A < m_B$ ;

**γ.** η σφαίρα A απομακρύνεται από την B με διπλάσια ταχύτητα αν  $m_A < m_B$ ;

[Απ. α.  $\lambda = 1/3$ , β.  $1/3 < \lambda < 1$ , γ.  $\lambda = 1/5$ ]

**5.93.** Δύο σφαίρες με μάζες  $m_1 = 1$  kg και  $m_2 = 9$  kg κινούνται με ταχύτητες μέτρου  $u_1 = 60$  m/s και  $u_2 = 10$  m/s αντίστοιχα με αντίθετες φορές και συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας της κάθε σφαίρας κατά την κρούση τους.

[Απ. 378 J, - 378 J]

**5.94.** Ελαστική σφαίρα μάζας  $m_1 = 1$  kg συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2 = 9$  kg. Αν η μεταβολή της ορμής της σφαίρας μάζας  $m_2$  έχει μέτρο  $\Delta p_2 = 45$  kg·m/s, να υπολογίσετε την ταχύτητα της σφαίρας μάζας  $m_1$  πριν και μετά την κρούση.

[Απ. 25 m/s, -20 m/s]

**5.95.** Μια σφαίρα Α μάζας 2 kg κινείται με ταχύτητα  $3\sqrt{3}$  m/s και συγκρούεται πλάγια με άλλη σφαίρα Β μάζας 4 kg που αρχικά είναι ακίνητη. Αν η κρούση είναι ελαστική και η σφαίρα Α αμέσως μετά την κρούση κινείται κάθετα στην αρχική της διεύθυνση να υπολογίσετε

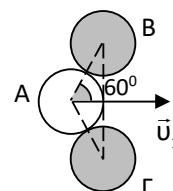
α. τις ταχύτητες των δύο σφαιρών μετά την κρούση.

β. το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α που μεταβιβάστηκε τη σφαίρα Β κατά την κρούση.

γ. τη μεταβολή της ορμής της σφαίρας Α λόγω της κρούσης.

[Απ. α.  $u_1 = 3$  m/s,  $u_2 = 3$  m/s,  $30^\circ$ , β. ....]

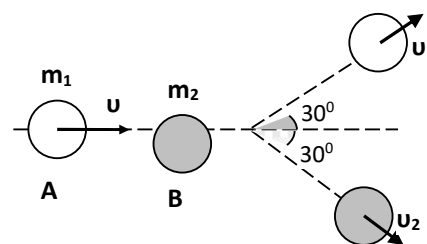
**5.96.** Τρεις όμοιες λείες σφαίρες έχουν μάζα  $m$  και ακτίνα  $R$ . Αρχικά οι σφαίρες Β και Γ είναι ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ η σφαίρα Α κινείται με ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 6$  m/s, πάνω στη μεσοκά-θετο της διακέντρου των Β και Γ, έτσι ώστε τη στιγμή της επαφής της με τις σφαίρες Β και Γ η διεύθυνση της ταχύτητάς της να σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με τη διάκεντρό της με τη σφαίρα Β, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η σφαίρα Α συγκρούεται ταυτόχρονα και ελαστικά με τις σφαίρες Β και Γ και μετά την κρούση κινείται στην ίδια με την αρχική διεύθυνση. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των τριών σφαιρών μετά την κρούση τους.

[Απ.  $u'_1 = 2\frac{m}{s}$ ,  $u'_2 = u'_3 = 4\frac{m}{s}$ ,  $\theta_2 = \theta_3 = 60^\circ$ ]

**5.97.** Σφαίρα Α με μάζα  $m_1 = 2$  kg κινείται με ταχύτητα  $u = 5\sqrt{3}$  m/s και συγκρούεται μη μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β μάζας  $m_2$ . Αν οι ταχύτητες μετά την κρούση σχηματίζουν τις γωνίες του σχήματος, να υπολογίσετε την ταχύτητα  $u_2$  και τη μάζα  $m_2$ .



[Απ. 10 m/s, 1 kg]

**5.98.** Σφαίρα κινείται με ταχύτητα με 200 m/s και πέφτει πάνω σε άλλη σφαίρα ίδιας μάζας που αρχικά είναι ακίνητη. Η κρούση είναι ελαστική και η αρχικά κινούμενη σφαίρα κινείται σε διεύθυνση η οποία σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με την αρχική. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες αμέσως μετά την κρούση.

[Απ. 100 m/s,  $100\sqrt{3}$  m/s,  $30^\circ$ ]

**5.99.** Δύο σώματα με μάζες  $m_1 = 1$  kg και  $m_2 = 1$  kg αντίστοιχα, κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με ταχύτητες  $u_1 = 10$  m/s και  $u_2 = 10\sqrt{3}$  m/s αντίστοιχα. Αν τα σώματα συγκρούονται πλαστικά, να υπολογίσετε

α. την ταχύτητα του συστήματος μετά την κρούση,

β. την απώλεια της κινητικής ενέργειας για κάθε σώμα και για το σύστημα συνολικά.

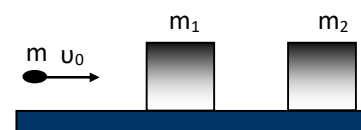
[Απ. α. 10 m/s,  $30^\circ$ , β. 0, 100 J, 100 J]

**5.100.** Δύο σώματα της ίδιας μάζας  $m$  κινούνται με ταχύτητες ίδιου μέτρου  $u_0$  σε διευθύνσεις που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $\phi$ . Αν η κρούση είναι πλαστική και μετά την κρούση το συσσωμάτωμα

που σχηματίζεται κινείται με ταχύτητα μέτρου  $u = u_0 \frac{\sqrt{2}}{2}$ , να υπολογίσετε τη γωνία  $\phi$ . [Απ.  $90^\circ$ ]

**5.101.** Ένα καροτσάκι μάζας  $m_1$  κινείται χωρίς τριβές με ταχύτητα  $\bar{u}$ . Ένας άνθρωπος μάζας  $m_2$  κυνηγάει το καροτσάκι με ταχύτητα  $2\bar{u}$  και όταν το φτάνει πηδάει μέσα σε αυτό. Αν η ταχύτητα του καροτσιού αυξάνεται κατά 20% να υπολογίσετε τον λόγο  $m_1/m_2$ . [Απ. 4]

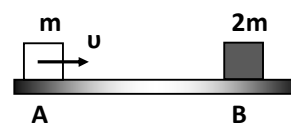
**5.102.** Βλήμα μάζας  $m = 0,1$  kg εκτοξεύεται οριζόντια εναντίον δύο κιβωτίων με μάζες  $m_1 = 5$  kg και  $m_2 = 2,9$  kg που βρίσκονται αρχικά ακίνητα πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης με το επίπεδο είναι  $\mu = 0,1$  (και για τα δύο). Το βλήμα διαπερνά το πρώτο κιβώτιο και ενσωματώνεται στο δεύτερο. Μετά την κρούση τα κιβώτια μετατοπίζονται αντίστοιχα κατά  $\Delta x_1 = 18$  m και  $\Delta x_2 = 32$  m και σταματούν.



Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα  $\bar{u}_0$  του βλήματος. Θεωρήστε ότι στη διάρκεια των κρούσεων τα κιβώτια δεν μετατοπίζονται και ότι  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

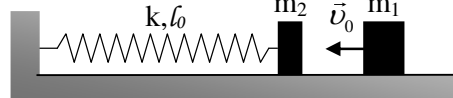
[Απ. 540 m/s]

- 5.103.** Τα σώματα A και B του σχήματος συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Το σώμα A έχει μάζα  $m$  και πριν την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου  $u = 2 \text{ m/s}$ . Το σώμα B έχει μάζα  $2m$  και πριν την κρούση ήταν ακίνητο. Να υπολογίσετε την απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει, αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα σε αυτό και στο οριζόντιο επίπεδο είναι  $\mu = 1/18$ .  
Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . [Απ.  $0,4 \text{ m}$ ]



- 5.104.** Βλήμα μάζας  $m_1 = 0,1 \text{ kg}$  εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 300 \text{ m/s}$  εναντίον ξύλινου κιβωτίου μάζας  $m_2 = 2 \text{ kg}$  που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα βγαίνει σε πολύ λίγο χρόνο από το κιβώτιο με ταχύτητα μέτρου  $u = 100 \text{ m/s}$ . Αν μετά την κρούση το κιβώτιο ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο και σταματά αφού διανύσει διάστημα  $s = 20 \text{ m}$ , να υπολογίσετε:  
α. το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και επιπέδου,  
β. την κινητική ενέργεια που χάνεται κατά την κρούση. Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .  
[Απ.  $0,25, 3900 \text{ J}$ ]

- 5.105.** Μάζα  $m_2 = 4 \text{ kg}$  είναι δεμένη στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$  και αρχικά βρίσκεται στη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Μάζα  $m_1 = 1 \text{ kg}$  κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου  $u_0 = 20 \text{ m/s}$  και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με την αρχικά ακίνητη μάζα  $m_2$ . Να υπολογίσετε:  
α. το ποσοστό % απώλειας της κινητικής ενέργειας της μάζας  $m_1$  κατά την κρούση,  
β. τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου. Τριβές δεν υπάρχουν. [Απ.  $64\%, 1,6 \text{ m}$ ]



- 5.106.** Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m = 0,5 \text{ kg}$  κινείται ευθύγραμμα και ομαλά κατά τη διεύθυνση του άξονα  $x'x$  πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $u_0$ . Το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά και ανελαστικά (ημιελαστικά) με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $M = 2 \text{ kg}$ . Λόγω της κρούσης η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος είναι  $\Delta E = 45 \text{ J}$ . Να υπολογίσετε  
α. το ελάχιστο μέτρο της ταχύτητας  $u_0$ .  
β. τις ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  μετά την κρούση, αν δίνεται η  $u_0 = 17 \text{ m/s}$ .  
[Απ. α.  $15 \text{ m/s}$ , β.  $-3 \text{ m/s}, 5 \text{ m/s}$ ]

- 5.107.** Τρεις ελαστικές σφαίρες με μάζες  $m_1, m_2$  και  $m_3$  είναι δεμένες στα άκρα κα-τακόρυφων νημάτων με τρόπο που να εφάπτονται μεταξύ τους και τα κέντρα τους να βρίσκονται στην ίδια οριζόντια ευθεία. Αν η σφαίρα με μάζα  $m_1$  πέσει πάνω στη σφαίρα μάζας  $m_2$  με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 10 \text{ m/s}$  να υπολογίσετε την ταχύτητα  $\vec{u}_3$  με την οποία αρχίζει να κινείται η σφαίρα μάζας  $m_3$ .  
Δίνεται:  $m_1 = 2 \cdot m_2 = 6 \cdot m_3$ . [Απ.  $20 \text{ m/s}$ ]

- 5.108.** Μια σφαίρα A μάζας  $m_A$  κινούμενη με ταχύτητα  $u$  συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με ακίνητη σφαίρα B μάζας  $m_B$ . Ποιος πρέπει να είναι ο λόγος  $m_A/m_B$  ώστε:  
α. οι σφαίρες να κινηθούν μετά την κρούση με ταχύτητες ίσου μέτρου αλλά αντίθετες κατευθύνσεις.  
β. η σφαίρα A αμέσως μετά την κρούση να κινηθεί αντίθετα προς την αρχική της ταχύτητα με ταχύτητα μέτρου  $u/2$ .  
γ. η σφαίρα B αμέσως μετά την κρούση να κινηθεί με ταχύτητα  $\frac{2}{3} u$ . [Απ. α.  $\frac{1}{3}$ , β.  $\frac{1}{3}$ , γ.  $\frac{1}{2}$ ]

- 5.109.** Σώμα μάζας  $M = 2 \text{ kg}$  είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  που κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $100 \text{ m/s}$   
α. σφηνώνεται στο σώμα.  
β. εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα  $40 \text{ m/s}$ .  
Να υπολογίσετε και στις δύο περιπτώσεις την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

[Απ. α.  $\frac{10000}{3} \text{ J}$ , β.  $3300 \text{ J}$ ]

- 5.110.** Στο διπλανό σχήμα δίνονται:  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ,  $u_1 = 4 \text{ m/s}$ ,  $m_2 = 4 \text{ kg}$  και  $u_2 = 4 \text{ m/s}$ .  
α. Ποιες οι ταχύτητες μετά την ελαστική κρούση τους;  
β. Ποια η μέση δύναμη που άσκησε η μία σφαίρα στην άλλη κατά τη διάρκεια της κρούσης αν αυτή διήρκεσε  $10^{-3} \text{ s}$ ;  
γ. Ποια η % μεταβολή της κινητικής ενέργειας της σφαίρας μάζας  $m_1$ ;



$$[\text{Απ. } \alpha. -\frac{20}{3} \text{ m/s}, \frac{4}{3} \text{ m/s } \beta. -\frac{64}{3} \cdot 10^3 \text{ N}, \frac{64}{3} \cdot 10^3 \text{ N}, \gamma. 177,7\%. ]$$

- 5.111.** Δύο σφαίρες A, B με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα κρέμονται με κατακόρυφα νήματα που έχουν το ίδιο μήκος  $\ell = 10 \text{ cm}$ . Αρχικά οι δύο σφαίρες εφάπτονται μεταξύ τους. Εκτρέπουμε τη σφαίρα A κατά γωνία  $60^\circ$  και την αφήνουμε ελεύθερη. Η κρούση είναι απολύτως ελαστική. Αν  $m_2 = 2 \cdot m_1$ , να υπολογίσετε
- την ταχύτητα με την οποία η σφαίρα A θα χτυπήσει τη B.
  - τις ταχύτητες με τις οποίες θα κινηθούν οι σφαίρες μετά την κρούση.
  - τις μέγιστες εκτροπές (ύψη) στην οποία θα βρεθούν οι σφαίρες μετά την κρούση.
  - την τάση του νήματος που ασκείται στη σφαίρα B αμέσως μετά την κρούση αν  $m_2 = 100 \text{ g}$ ;
- Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

$$[\text{Απ. } \alpha. 1 \text{ m/s}, \beta. -1/3 \text{ m/s}, 2/3 \text{ m/s}, \gamma. \frac{1}{180} \text{ m}, \frac{1}{45} \text{ m}, \delta. \frac{13}{9} \text{ N}]$$

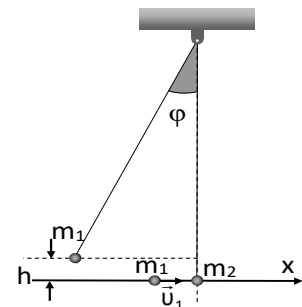
- 5.112.** Δύο σφαίρες A, B με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα κρέμονται με κατακόρυφα νήματα που έχουν το ίδιο μήκος  $\ell = 10 \text{ cm}$ . Αρχικά οι δύο σφαίρες εφάπτονται μεταξύ τους. Εκτρέπουμε τη σφαίρα A κατά γωνία  $60^\circ$  και την αφήνουμε ελεύθερη. Η κρούση είναι απολύτως ελαστική. Αν  $m_2 = 2 \cdot m_1$ , να υπολογίσετε
- την ταχύτητα με την οποία η σφαίρα A θα χτυπήσει τη B.
  - τις ταχύτητες με τις οποίες θα κινηθούν οι σφαίρες μετά την κρούση.
  - τις μέγιστες εκτροπές (ύψη) στην οποία θα βρεθούν οι σφαίρες μετά την κρούση.
  - την τάση του νήματος που ασκείται στη σφαίρα B αμέσως μετά την κρούση αν  $m_2 = 100 \text{ g}$ ;

$$\text{Δίνεται } g = 10 \text{ m/s}^2. \quad [\text{Απ. } \alpha. 1 \text{ m/s}, \beta. -1/3 \text{ m/s}, 2/3 \text{ m/s}, \gamma. \frac{1}{180} \text{ m}, \frac{1}{45} \text{ m}, \delta. \frac{13}{9} \text{ N}]$$

- 5.113.** Οι σφαίρες του σχήματος με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  είναι δεμένες με νήματα ίσου μήκους. Κρεμάμε τα νήματα από το ίδιο σημείο και απομακρύνουμε τη σφαίρα μάζας  $m_1$  από τη θέση ισορροπίας της μέχρι ύψους  $h = 0,2 \text{ m}$ . Η σφαίρα  $m_1$  συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με την αρχικά ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ . Να υπολογίσετε την ταχύτητα της σφαίρας μάζας  $m_2$  μετά την κρούση αν:

$$\alpha. m_1 = m_2, \beta. m_1 = 2 \cdot m_2. \text{ Δίνεται: } g = 10 \text{ m/s}^2.$$

$$[\text{Απ. } \alpha. 2 \text{ m/s}, \beta. 8/3 \text{ m/s}]$$



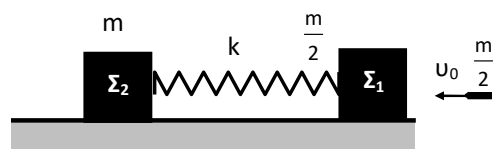
- 5.114.** Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες αντίστοιχα  $\frac{m}{2}$  και  $m$ , είναι συνδεδεμένα στα άκρα οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$  και το σύστημα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Ένα βλήμα μάζας  $\frac{m}{2}$  που κινείται

οριζόντια κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα  $\Sigma_1$ . Να υπολογίσετε

- το ποσοστό % της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μετατράπηκε σε θερμική κατά την κρούση.
- τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου.

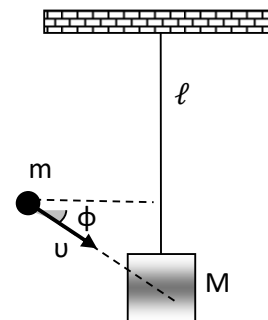
Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Δίνονται:  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $u_0 = 20 \text{ m/s}$ ,  $k = 800 \text{ N/m}$ .

$$[\text{Απ. } \alpha. 50\% \quad \beta. 0,25 \text{ m}]$$

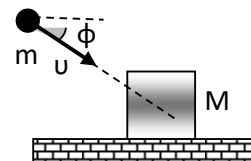


- 5.115.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα βλήμα μάζας  $m = 20 \text{ g}$ , που πρόκειται να σφηνωθεί σε ένα κομμάτι ξύλου μάζας  $M = 980 \text{ g}$ . Το ξύλο είναι δεμένο από την οροφή με τη βοήθεια ενός αβαρούς νήματος σταθερού μήκους  $\ell = 20 \text{ cm}$ . Το βλήμα λίγο πριν σφηνωθεί στο ξύλο έχει ταχύτητα μέτρου  $u = 100 \text{ m/s}$ , που σχηματίζει γωνία  $\phi = 60^\circ$  με τον ορίζοντα. Να υπολογίσετε τη μέγιστη γωνία εκτροπής του νήματος από την αρχική κατακόρυφη θέση στην οποία ισορροπούσε το ξύλο.

$$\text{Απ. } \text{συν}\theta = 0,75]$$



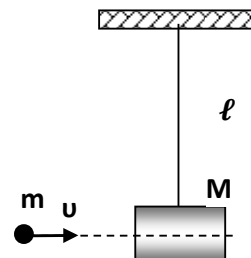
- 5.116. Στο διπλανό σχήμα το  $m$  σφηνώνεται στο  $M$ . Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Δίνονται  $u = 10\sqrt{3}$  m/s,  $m = 100$  g,  $M = 900$  g και  $\phi = 30^\circ$ .  
[Απ. 1,5 m/s]



- 5.117. Δύο σφαίρες με μάζες  $m_1 = 2$  kg και  $m_2 = 4$  kg κινούνται με ταχύτητες μέτρων  $u_1 = 4$  m/s και  $u_2 = 2$  m/s πάνω σε διευθύνσεις που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $60^\circ$ . Αν η κρούση είναι πλαστική να υπολογίσετε:  
α. την ταχύτητα του συσσωματώματος.  
β. την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος. [Απ. α.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$  m/s,  $30^\circ$  με τη  $\bar{u}_2$ , β. 8 J]

- 5.118. Στο σχήμα  $M = 900$  g,  $m = 100$  g,  $u = 20$  m/s. Πόσο θα ανέλθει το σώμα  $M$  αν  
α. το  $m$  σφηνωθεί στο  $M$  β. το  $m$  εξέρχεται από το  $M$  με ταχύτητα 10 m/s. Ποια η απώλεια ενέργειας κατά την κρούση; Ποια η τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση σε κάθε περίπτωση; Δίνεται  $\ell = 20$  cm,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

[Απ. α. 0,2 m, 18 J, 30 N, β.  $\frac{5}{81}$  m,  $\frac{130}{9}$  J,  $\frac{131}{9}$  N]



- 5.119. Δύο σφαίρες A, B είναι κρεμασμένες με ίσα νήματα και ισορροπούν καθώς τα νήματα είναι κατακόρυφα οπότε οι σφαίρες εφάπτονται μεταξύ τους.

i) Οριζοντιώνουμε το νήμα της σφαίρας A και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί. Αν το μήκος του νήματος είναι 10 cm και η κρούση ελαστική να υπολογίσετε τις μέγιστες γωνιακές αποκλίσεις από την αρχική θέση ισορροπίας των σφαιρών αν:  
α.  $\frac{m_A}{m_B} = 1$  β.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{5}$

ii) Εκτρέπουμε και τις δύο σφαίρες αντίθετα κατά γωνίες  $\phi$  και  $\theta$  και τις αφήνουμε ελεύθερες. Αν η κρούση είναι τελείως ελαστική και γίνεται στην αρχική θέση ισορροπίας των σφαιρών, ποιος πρέπει να είναι ο λόγος  $\frac{m_A}{m_B}$  των μαζών τους ώστε οι σφαίρες να ξαναγυρίσουν στις αρχικές θέσεις εκτροπής τους.

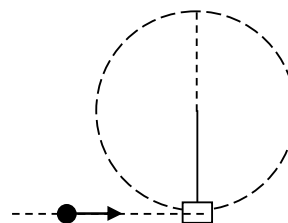
Δίνονται  $\sin\phi = 0,998$ ,  $\sin\theta = 0,997$ . [Απ. i) α.  $0^\circ, 90^\circ$ , β.  $\sin\theta_1 = \frac{5}{9}$ ,  $\sin\theta_2 = \frac{8}{9}$ , ii)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ]

- 5.120. Δύο σφαίρες A και B με μάζες  $m_A = 8$  kg και  $m_B = 2$  kg κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία με αντίθετη φορά χωρίς τριβές και οι ταχύτητές του είναι  $u_A = 5$  m/s και  $u_B = 8$  m/s. Η κρούση που συμβαίνει μεταξύ τους είναι κεντρική και τελείως πλαστική και διαρκεί 0,2 s. Να υπολογίσετε:

- α. το μέτρο της κοινής ταχύτητας των δύο σφαιρών μετά την κρούση.  
β. τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας της κάθε σφαίρας.  
γ. τη μέση δύναμη που ασκήθηκε στην κάθε σφαίρα κατά τη διάρκεια της κρούσης.  
δ. να παρασταθεί γραφικά η ορμή σε συνάρτηση με το χρόνο  $p = f(t)$ , για τις δύο σφαίρες στο ίδιο διάγραμμα για χρονικό διάστημα 1 s στο οποίο η κρούση να φαίνεται ότι έγινε μεταξύ 0,4 s και 0,6 s. Στη διάρκεια της κρούσης θεωρούμε ότι η ορμή μεταβάλλεται γραμμικά. {ΚΥΠΡΟΣ}  
[Απ. α. 2,4 m/s, β. -76,96 J, -58,24 J, γ. - 104 N, +104 N]

- 5.121. Τεμάχιο ξύλου μάζας  $M = 0,98$  kg είναι αναρτημένο από αβαρές νήμα μήκους  $\ell = 2$  m έτσι ώστε να μπορεί να εκτελέσει κατακόρυφη κυκλική τροχιά. Βλήμα μάζας  $m = 20$  g κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα  $u$  και σφηνώνεται μέσα στο ξύλο. Το σύστημα των δύο σωμάτων μόλις διαγράφει κατακόρυφη κυκλική τροχιά. Ζητούνται:

- α. να υπολογισθεί η ταχύτητα του συστήματος των σωμάτων στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς.  
β. να υπολογισθεί η ταχύτητα  $u$  του βλήματος.



γ. το κλάσμα της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση;

δ. να υπολογιστεί η ταχύτητα του βλήματος, αν αντικαταστήσουμε το νήμα με αβαρή ράβδο ίδιου μήκους (ώστε το σύστημα των δύο σωμάτων μόλις να διαγράφει κατακόρυφη κυκλική τροχιά).

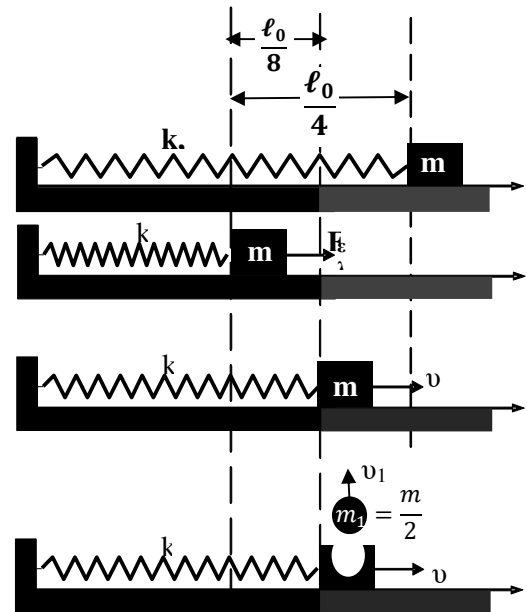
Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

[Απ. α.  $2\sqrt{5} \text{ m/s}$  β.  $500 \text{ m/s}$ , γ.  $\frac{49}{50}$  δ.  $200\sqrt{5} \text{ m/s}$ ]

**5.122.** Πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και μπροστά από κατακόρυφο ανένδοτο τοίχο δίνονται δύο σημεία A και B των οποίων οι αποστάσεις από τον τοίχο είναι 2,75 m και 4 m αντίστοιχα. Η απόσταση AB είναι 10 m. Από το σημείο A εκσφενδονίζεται μικρή ελαστική σφαίρα προς τον τοίχο και μετά από ελαστική κρούση με αυτόν, διέρχεται από το σημείο B. Να υπολογίσετε το μήκος της διαδρομής της σφαίρας από το A στο B. [Πολυτεχνείο 1964] [Απ. 12 m]

**5.123.** Σε οριζόντιο επίπεδο υπάρχει ελατήριο, του οποίου το ένα άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το ελατήριο έχει φυσικό μήκος  $\ell_0$ . Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου ακουμπάμε σώμα μάζας  $m$  και σπρώχνουμε το σώμα, ώστε το ελατήριο να συμπιεστεί κατά  $\ell_0/4$ . Στη θέση αυτή η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα έχει μέτρο ίσο με το βάρος του σώματος. Το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί και αφού διανύσει απόσταση  $\ell_0/8$ , το σώμα διασπάται σε δύο σώματα ίδιας μάζας. Το ένα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα ίση κατά μέτρο με την ταχύτητα που είχε το  $m$  λίγο πριν τη διάσπαση. Το άλλο συνεχίζει την κίνησή του στο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς να αναπηδήσει και αφού κάποια στιγμή αποχωριστεί από το ελατήριο σταματά σε απόσταση  $\ell_0/8$  από το ελεύθερο άκρο του. Να υπολογίσετε

- το συντελεστή τριβής, που είναι ίδιος, μεταξύ σωμάτων και οριζοντίου επιπέδου.
- το ύψος που θα φτάσει το σώμα που κινήθηκε κατακόρυφα.
- τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας και της ορμής, τη στιγμή της διάσπασης.
- το συνολικό ποσό της θερμικής ενέργειας.



Εφαρμογή:  $\ell_0 = 0,96 \text{ m}$ ,  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

[Απ. α.  $\frac{7}{12}$ , β. 2 cm, γ. 0,3 J,  $\frac{\sqrt{10}}{10} \text{ Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , δ. 1,4 J]